



Vyšetřování případu Psa baskervilského intuitivně a bayesovskou logikou

doc. Mgr. Jiří Drábek, PhD.

Ústav molekulární a translační medicíny
Československá společnost pro forenzní genetiku

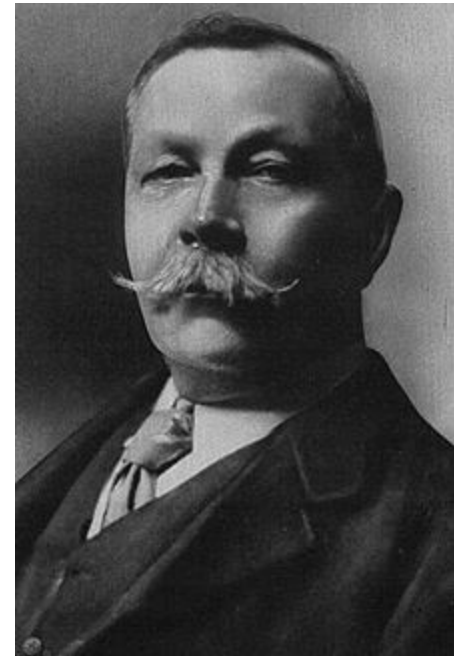
XIII. tradiční setkání „Učíme se myslet: Věda jako průprava dobrého lékaře“
Sanatorium EDEL, Zlaté Hory
4.–6. ledna 2013



<http://geektyrant.com/news/2011/6/17/geek-art-sherlock-holmes-hound-of-baskervilles.html>

Sir Arthur Ignatius Conan Doyle

- The Hound of the Baskervilles (1893 byl Sherlock Holmes zavražděn, ale čtenáři si vydobyli zmrtvýchvstání v Psu baskervilském)



Cílem ukázat, že

- Inferenční logika ukázaná na jednoduchém případě souhlasí s intuitivní interpretací
- Pravděpodobnost závisí na použitém modelu
- Jednoduchý případ může mít skryté háčky
- Bayesovské sítě (BN) si poradí s inferenční logikou i v komplikovaném případě

Taroni F, Aitken C, Garbolino P, Biedermann A. Bayesian Networks and Probabilistic Inference in Forensic Science. Chippenham: John Wiley and Sons, Ltd.; 2006.

Osnova přednášky

- Příběh sira Arthura Conan Doylea při použití formálního inferenčního značení
 - Zarámování případu
 - Definice hypotéz
 - Popis dvou důkazních položek
- Bayesova věta v šancové formě
 - Watsonův intuitivní závěr
- Bayesovská síť (BN)
 - Stavba sítě
 - Zkoumání sítě
 - Holmesova aktualizace sítě
- Závěry



Konvenční značení

P pravděpodobnost, personální ohodnocení důvěry
v pravdivost jevu

H hypotéza, scénář, verze, varianta, tvrzení

p obžaloba, z anglického *prosecution*

d obhajoba, z anglického *defense*

E důkaz, výsledek expertního vyšetření, z anglického *evidence*

I další znalosti o případu, rámec okolností (někdy je ve vzorcích
za vertikálním lomítkem opomíjeno)

| vertikální lomítko značící podmínku: „za předpokladu, že“.

Pravidla inferenční logiky

- Interpretaci provádíme vždy v rámci okolností daného případu (I)
- Expert zvažuje svá pozorování ve světle dvou jasně definovaných hypotéz, hypotézy obžaloby a hypotézy obhajoby (H_p a H_d)
- Expert vypočítává **pravděpodobnost svého pozorování** (důkazu) za předpokladu, že platí hypotéza obžaloby, a pravděpodobnost téhož důkazu za předpokladu, že platí hypotéza obhajoby a dává tyto dvě pravděpodobnosti do poměru (vypočítává věrohodnostní poměr LR). *Expertní svědectví je omezeno jen na určení LR.*

$$LR = \frac{P(E|H_p)}{P(E|H_d)}$$

Zarámování případu (I)

- V kraji Dartmooru koluje legenda o ďábelském psovi, který kdysi zabil Huga z rodu Baskervillů za únos dívky (která při útěku zemřela vyčerpáním); pes pronásleduje rod Baskervillů



Zarámování případu (I)

- V kraji Dartmooru koluje legenda o ďábelském psovi, který kdysi zabil Huga z rodu Baskervillů za únos dívky (která při útěku zemřela vyčerpáním); pes pronásleduje rod Baskervillů
- Sir Charles Baskerville měl nemocné srdce a obával se rodinné kletby. Chodíval večer před spaním na kuřáckou vycházku, z vycházky 4. května se nevrátil; sluhou Barrymorem nalezen mrtvý
- Dr. Mortimerovi se to nezdá (a bojí se o Charlesova dědice Henryho), proto volá Holmesovi
- Na blatech bydleli jen manželé Barrymorovi, soused pan Frankland, dr. Mortimer a jeho žena, přírodovědec Jack Stapleton a jeho krásná mladší sestra

Watson může postulovat tyto hypotézy (H)

- **H1:** Sir Charles Baskerville zemřel přirozenou smrtí
- **H2:** Sir Charles Baskerville zemřel zločinem
- **H3:** Sir Charles Baskerville spáchal sebevraždu
- ~~**H4:** Sir Charles Baskerville byl zabit nadpřirozenou silou~~

Apriorní pravděpodobnost hypotéz



H1

\geq

(



H2

+



H3

)

Intuitivně, v hlavě, vyjádřeno jen srovnáním, bez číselného vyjádření pravděpodobností

...apriorní pravděpodobnost hypotéz



>



>



>

(



+



)

Symbolicky

...apriorní pravděpodobnost hypotéz

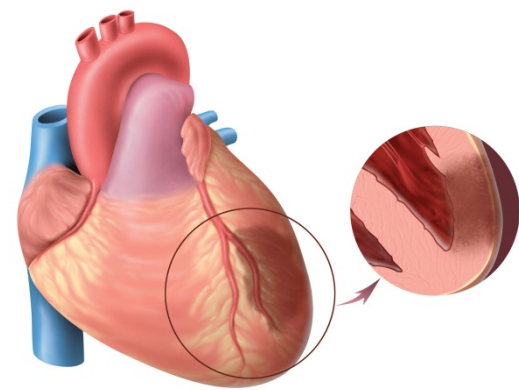
$$\left\langle \right\rangle P(H1|I) > P(H2|I) \text{ } \img alt="A bloody knife" data-bbox="641 258 715 338"/>$$

$$\left\langle \right\rangle P(H1|I) > P(H3|I) \text{ } \img alt="A noose" data-bbox="641 398 678 510"/>$$

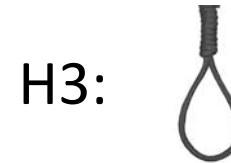
$$P(H1|I) > (P(H2|I) \cup P(H3|I) = (P(H2|I) + P(H3|I)))$$

Pořád intuitivně, ale převedeno na matematické symboly

Důkazní položka R



- ~~Jakoby děsem zkřivená tvář~~ bez známek násilí na těle
- V pitevní zprávě je uvedena jako pravděpodobná příčina smrti selhání srdce



$$P(R|H1, I) > P(R|H2, I)$$

$$P(R|H3, I) = 0$$

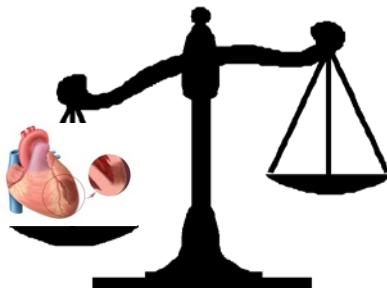
Zůstávají dvě hypotézy

- **H1: Sir Charles Baskerville zemřel přirozenou smrtí**
- H2: Sir Charles Baskerville zemřel zločinem



Důkaz R přidává závaží na stranu H1

- **H1: Sir Charles Baskerville zemřel přirozenou smrtí**
- H2: Sir Charles Baskerville zemřel zločinem



Bayesova věta

- Úprava pravděpodobnostního očekávání ve světle nových důkazů

Šancová forma Bayesovy věty

- *LR*, *likelihood ratio*, věrohodnostní poměr, Bayesův faktor
- *Odds*, šance

$$\boxed{odds_{aposteriori}} = \boxed{odds_{apriori}} \times \boxed{LR}$$

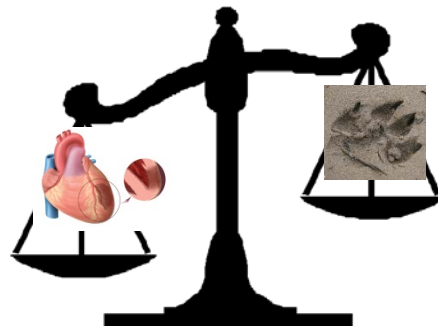
$$\boxed{\frac{P(H1|R, I)}{P(H2|R, I)}} = \boxed{\frac{P(H1|I)}{P(H2|I)}} \times \boxed{\frac{P(R|H1, I)}{P(R|H2, I)}}$$

$$P(H1|R, I) > P(H2|R, I)$$

Důkazní položka F



- Po dešti se dobře daly rozlišit stopy velkého psa → obrovský pes honil Sira Charlese Baskervilla?
- Co dělá pes v bažinách?



...důkazní položka F



- Po dešti se dobře daly rozlišit stopy velkého psa → obrovský pes honil Sira Charlese Baskervilla?
- Pes v bažinách není bez přičinění člověka.

$$P(F|R, H1, I) < P(F|R, H2, I)$$

$$\frac{P(H1|F, R, I)}{P(H2|F, R, I)} = \frac{P(H1|R, I)}{P(H2|R, I)} \times \frac{P(F|H1, R, I)}{P(F|H2, R, I)}$$

Watsonův závěr

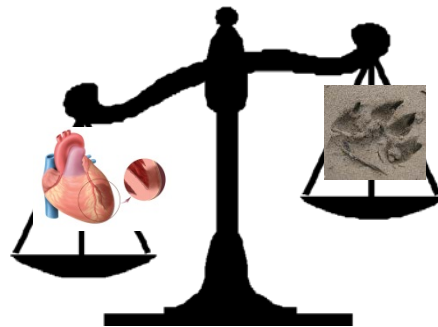
- Původní šance po důkazu R byla nakloněna spíše pro H1
- Aposteriorní šance se může obrátit jen tehdy, když LR pro F převáží původní šanci aktualizovanou R; tj. pokud platí:

$$\frac{P(F|H2, R, I)}{P(F|H1, R, I)} > \frac{P(H1|R, I)}{P(H2|R, I)}$$

- Což Watson hodnotí jako nepravdivé, takže v tuto chvíli uzavírá, že H1 je pořád pravděpodobnější než H2, i když důkaz F svědčí pro H2

Jaká je aposteriorní šance?

$$\frac{P(H1|F, R, I)}{P(H2|F, R, I)} = \frac{P(H1|I)}{P(H2|I)} \times \frac{P(F|H1, I)}{P(F|H2, I)} \times \frac{P(R|H1, F, I)}{P(R|H2, F, I)}$$



Totéž v bledě modrém

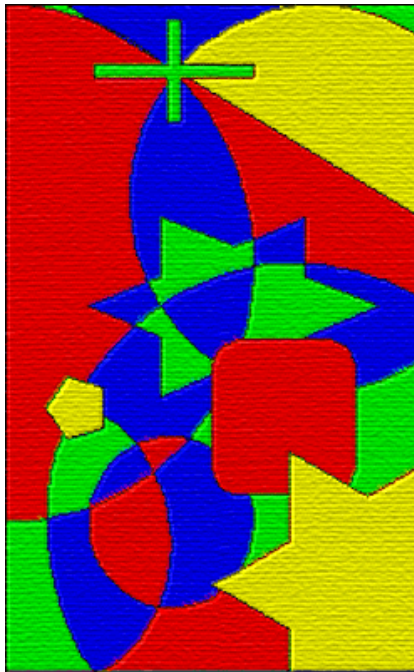
Bayesovské sítě

Kroky tvorby bayesovské sítě

- Definujeme uzly
- Definujeme závislosti (směřované hrany)
- Tabulkově přiřadíme pravděpodobnosti uzlům
- Vznášíme dotazy (fixujeme uzly)



$P=?$

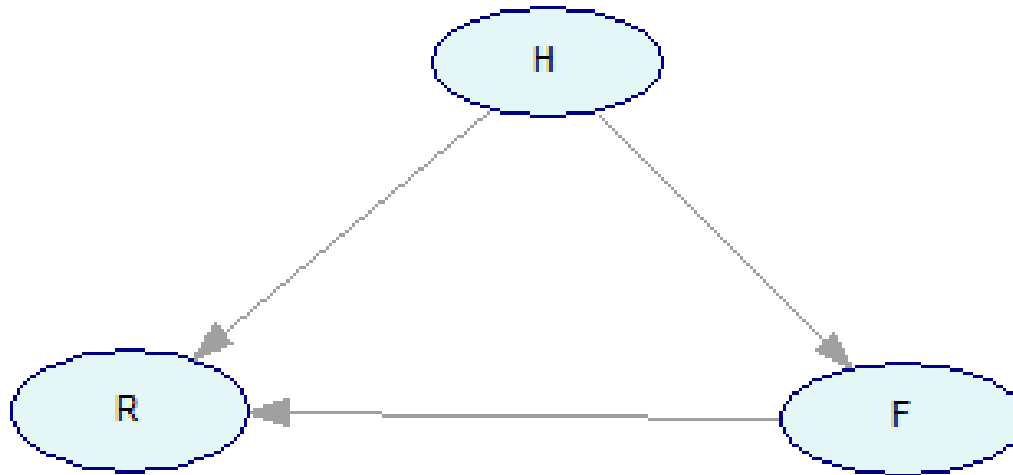


+



Definice uzlů a hran

- H hypotézy H1, H2, H3
- R důkaz - nález patologa
- F důkaz - stopy psa



Pravděpodobnostní tabulka pro uzel hypotéz

- H1:
- H2:
- H3:



H:	H1	H2	H3
$P(H=H_i)$	p_1	p_2	p_3

H:	H1	H2	H3
$P(H=H_i)$	0,98	0,01	0,01

Ohodnocení pravděpodobností je personální (subjektivní)

Pravděpodobnostní tabulka pro stopu psa F

- H1:
- H2:
- H3:



Stopa přítomna

true

Stopa nepřítomna

false

	H:	H1	H2	H3
F	$P(F=\text{true} H)$	r_1	r_2	r_3
	$P(F=\text{false} H)$	$1-r_1$	$1-r_2$	$1-r_3$

	H:	H1	H2	H3
F	$P(F=\text{true} H)$	0,01	0,05	0,01
	$P(F=\text{false} H)$	0,99	0,95	0,99



Pravděpodobnostní tabulka pro nález patologa R

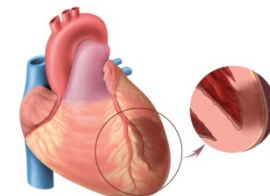
- H1:
- H2:
- H3:
- F:



Nález svědčící infarktu
Jiný nález

true
false

H:		H1		H2		H3	
F:		true	false	true	false	true	false
R	$P(R=true H, F)$	0,4	0,1	0,4	0,001	0	0
	$P(R=false H, F)$	0,6	0,9	0,6	0,999	1	1



Tabulka pro H

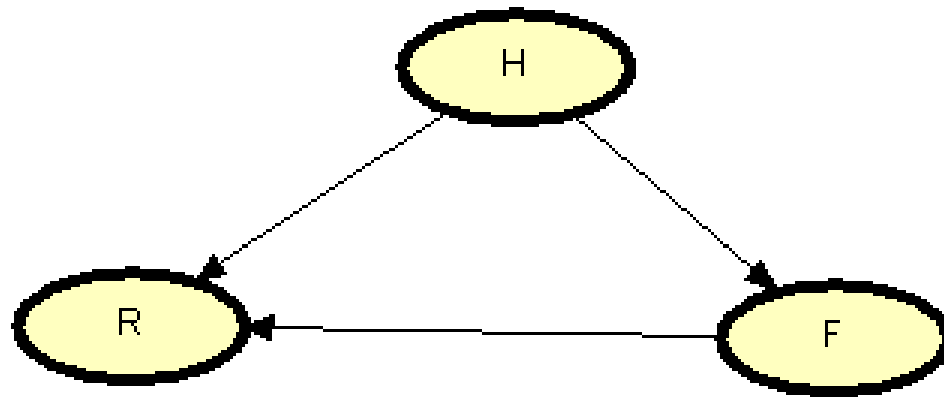


Edit Functions View



H F R

Natural_death	0.98
Criminal_act	0.01
Suicide	0.01



Tabulka pro F (footprint)

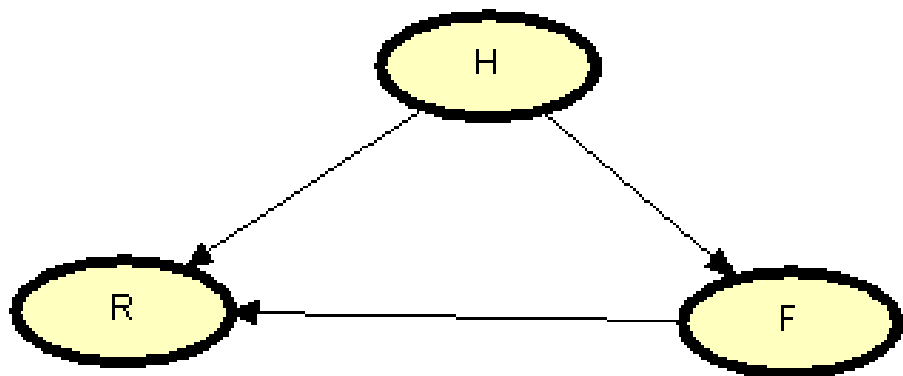


Edit Functions View

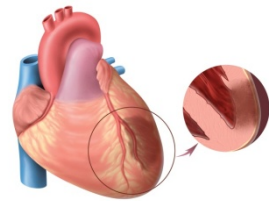


H F R

H	Natural_death	Criminal_act	Suicide
true	0.01	0.05	0.01
false	0.99	0.95	0.99



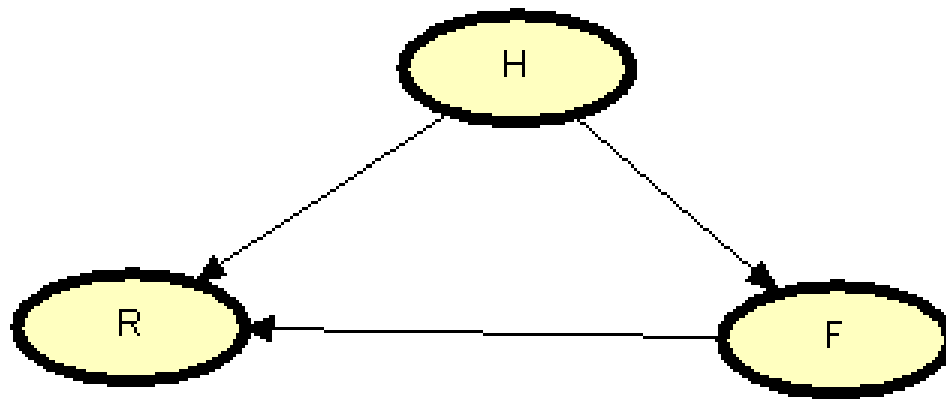
Tabulka pro R (coRoneR)



Edit Functions View

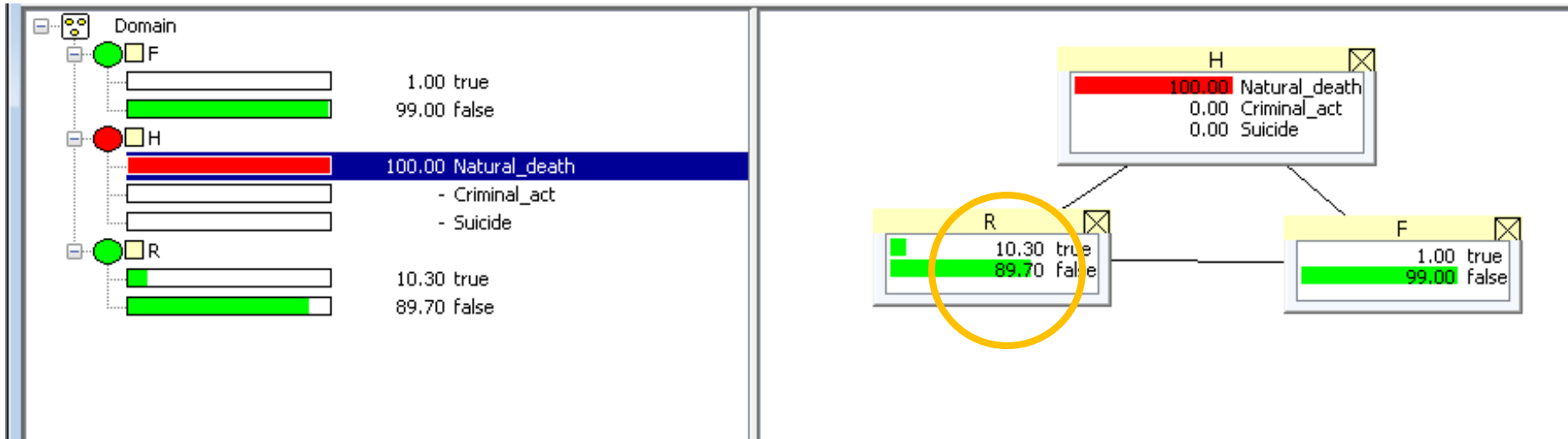
H F R

	Natural_death		Criminal_act		Suicide	
	true	false	true	false	true	false
H	0.4	0.1	0.4	0.001	0	0
F	0.6	0.9	0.6	0.999	1	1



Vznášení dotazu – „fixování“ přirozené smrti

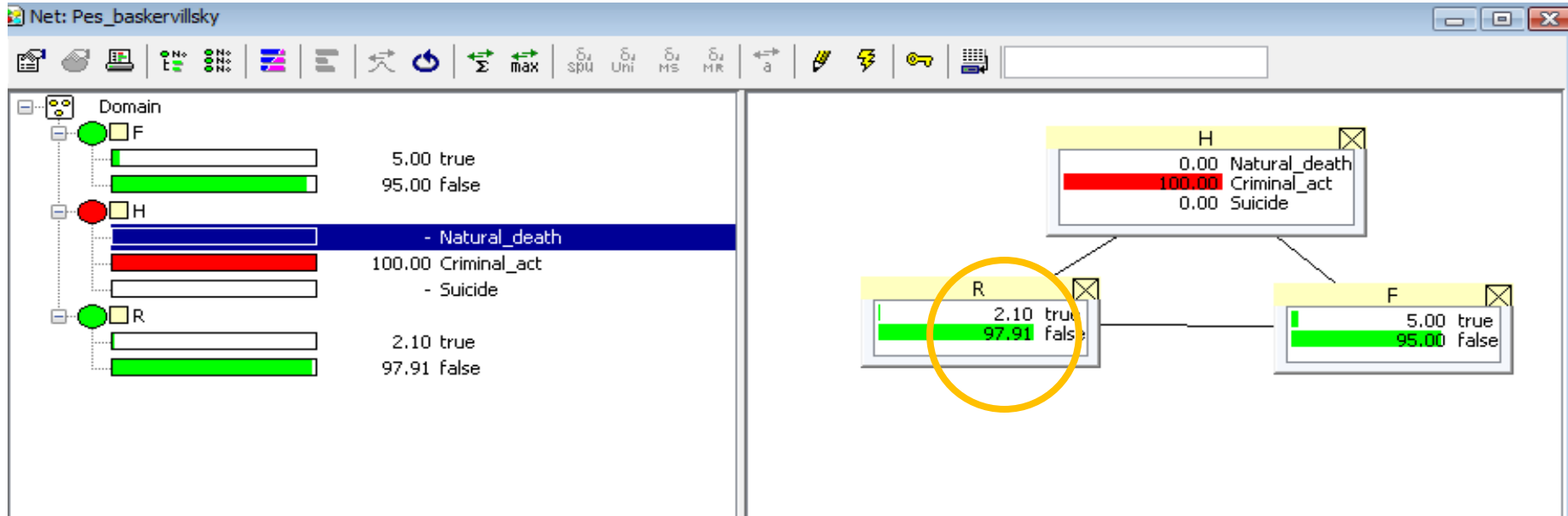
$$P(R|H1,I)=P(R|H1, F, I)\times P(F|H1)+P(R|H1, \text{non}F, I) \times P(\text{non}F|H1, I)=10,3 \% (0,103)$$



Pokud by se jednalo o přirozenou smrt, tak jaká by byla pravděpodobnost důkazu R?

Fixování zločinu

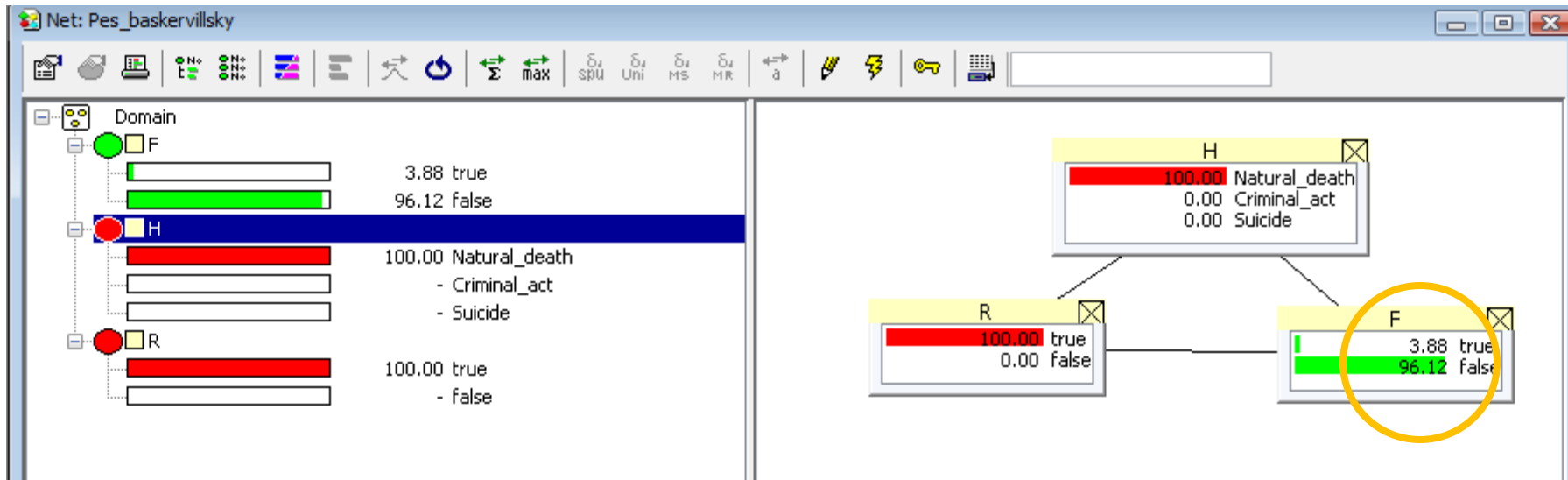
$$P(R | H_2, I) = P(R | H_2, F, I) \times P(F | H_2) + P(R | H_2, \text{non}F, I) \times P(\text{non}F | H_2, I) = 2,1 \% (0,021)$$



Pokud by se jednalo o zločin, tak jaká by byla pravděpodobnost důkazu R?

Fixování přirozené smrti a stopy psa

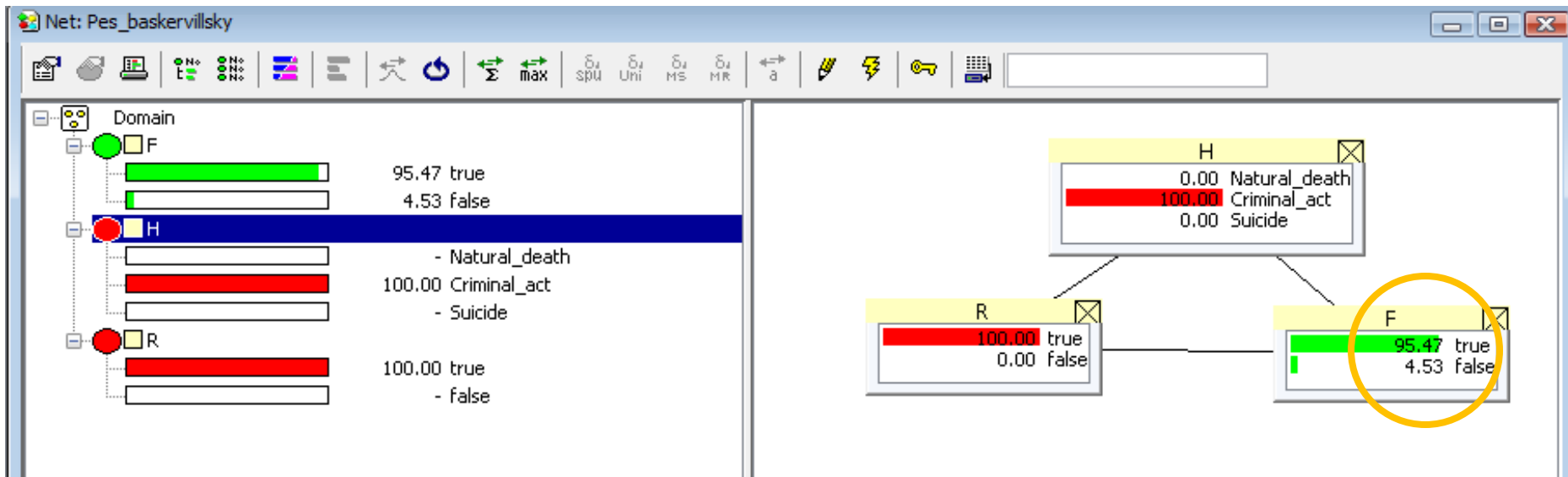
$$P(F | H1, R, I) = \frac{P(R|H1, F, I) \times P(F|H1, I)}{P(R|H1, I)} = 0,039$$



Jaká je pravděpodobnost důkazu F, pokud se jedná o přirozenou smrt a byly nalezeny stopy psa?

Fixování kriminálního činu a stopy psa

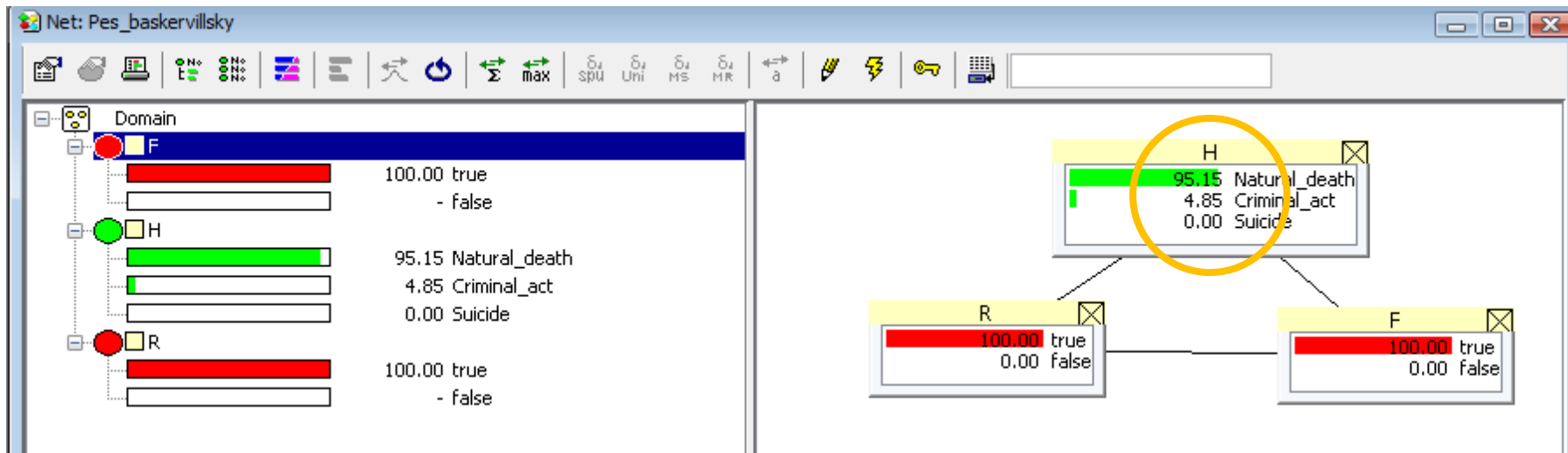
$$P(F | H2, R, I) = \frac{P(R|H2, F, I) \times P(F|H2, I)}{P(R|H2, I)} = 0,955$$



Jaká je pravděpodobnost důkazu F, pokud se jedná o zločin a byly nalezeny stopy psa?

Fixování obou důkazů

- Apriorní pravděpodobnost přirozené smrti byla snížena z 98 % na aposteriorní pravděpodobnost 95,15 %, což stále zůstává celkem přesvědčivé



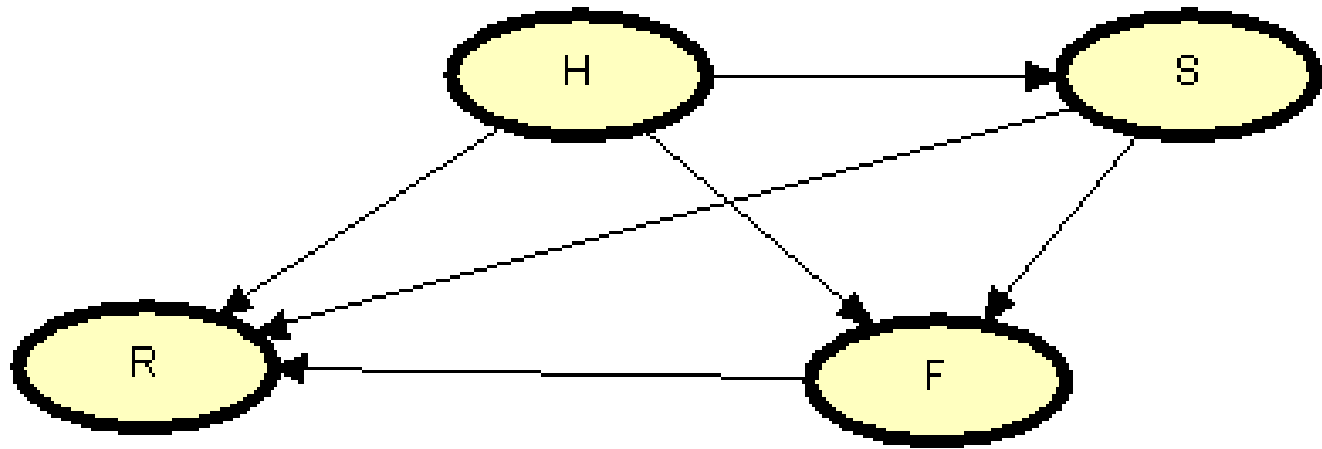
Jaká je pravděpodobnost H1, pokud byly nalezeny stopy psa a patologický nález na srdci?

Přichází Sherlock Holmes

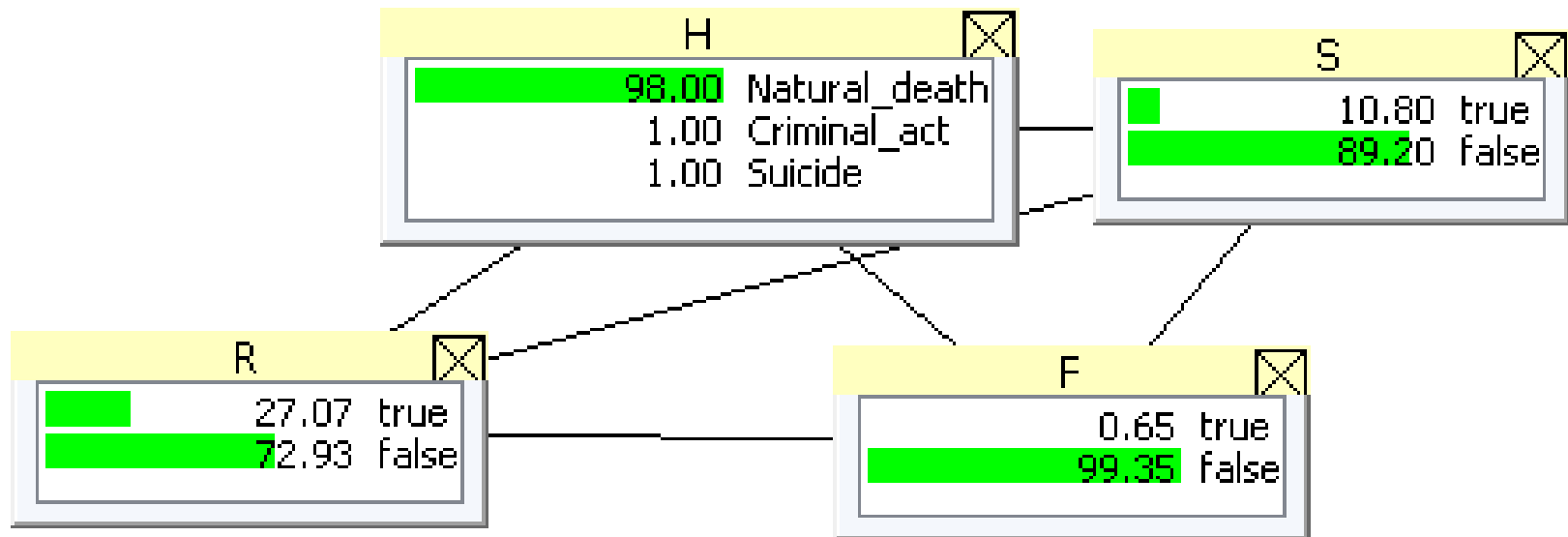
- Stapleton má motiv: pokud kromě Charlese zabije i Henryho, stane se Charlesovým dědicem (tedy, pokud se mu podaří uniknout spravedlnosti)
- Stapleton má kriminální historii (loupež); jeho sestra je ve skutečnosti jeho týraná manželka
- Stapleton ukradl použitou botu Henryho a nechává ji načichávat svému přerostlému agresivnímu psovi (natřenému fosforem), schovávanému v nepoužívaném cínovém dole
- Vedlejší motiv – uprchlý trestanec, bratr paní Barrymorové, se stane obětí psa, když se pohybuje na blatech v darovaném oblečení Henryho
- Nové důkazy zavádí nový uzel (S) a mění dosavadní pravděpodobnostní tabulky



S závisí na H a ovlivňuje R i F

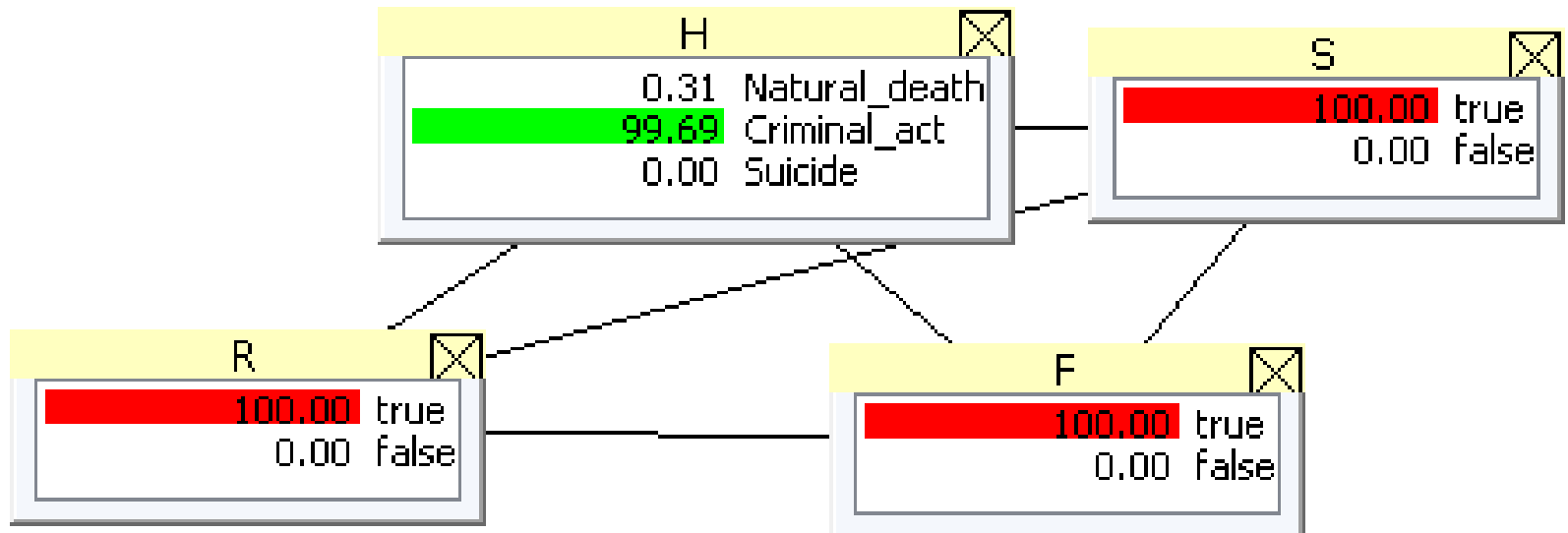


Doplníme pravděpodobnostní tabulku



Fixujeme S, R, F

- Pravděpodobnost vraždy roste na hodnotu 99,69 %.
- Při konfrontaci se Stapleton přiznává.



Závěr jako poselství přednášky

- Pravděpodobnost je personální
- Pravděpodobnost (šanci) lze aktualizovat věrohodnostním poměrem pomocí Bayesovy věty
- Nový důkaz může změnit předchozí závěr
- Bayesovské sítě (zdarma pomocí software HUGIN nebo Genie) umožňují odpovědi na otázky výpočtem podmíněných pravděpodobností

Závěr v duchu *happy ending*

- Skutečným vrahem sira Charlese byl Stapleton, využívající psa z masa a kostí.
- Stapleton musel sira Charlese odstranit, aby se zmocnil majetku rodu Baskervillů. Jeho plán na zabití Charlesova dědice, sira Henryho, je nakonec překažen a sám Stapleton hyne v Grimpenských bažinách
- Henry se ožení s manželkou Stapletona, kterou Stapleton vydával za svoji sestru, a která se jej snažila od jeho plánů odradit a zastavit jeho krvavé tažení za majetkem.

Děkuji Vám za pozornost!

jiri_drabek@seznam.cz